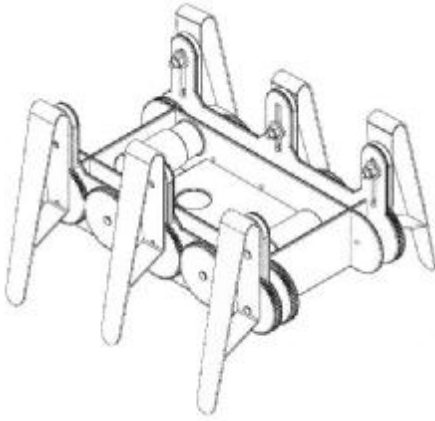
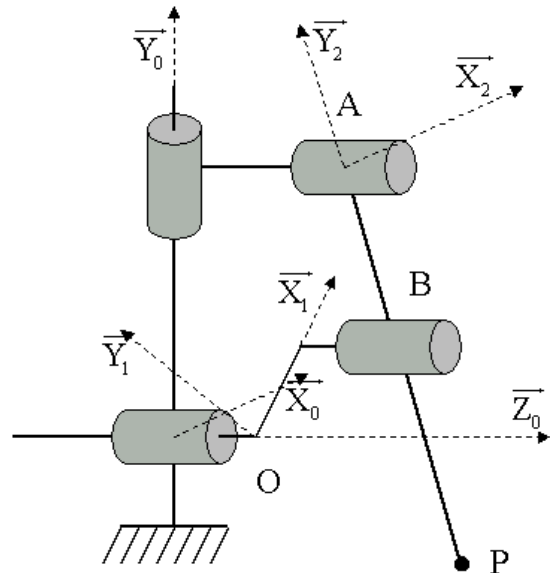
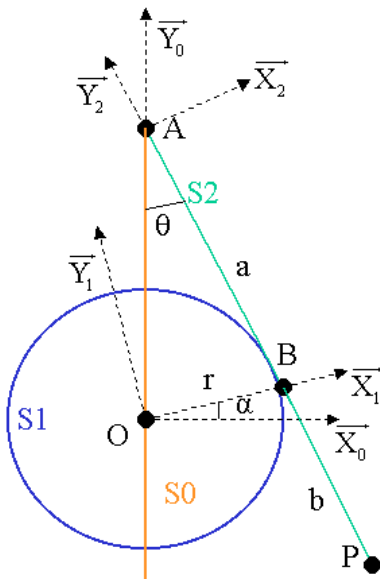


Etude cinématique d'une patte de robot marcheur



Cette courte étude a pour but de déterminer les équations de mouvement propres aux pattes de robot marcheur utilisant une cinématique bielle-manivelle. Les six pattes du robot sont identiques et sont synchronisées trois par trois selon la technique du « trépied alterné ». Au sein de chaque flanc la patte du centre est décalée angulairement par rapport aux deux autres d'un angle π .

Le mécanisme de la patte sera assimilé au modèle suivant :



- Ø S0, batis : repère lié à la terre $R_0(O; \overrightarrow{X_0}; \overrightarrow{Y_0}; \overrightarrow{Z_0})$
- Ø S1, roue dentée pourvue d'un manton en B : ce solide est associé au repère $R_1(O; \overrightarrow{X_1}; \overrightarrow{Y_1}; \overrightarrow{Z_0})$
 Elle est entraînée en rotation par le moteur qui impose $\overline{\Omega}(S_1/R_0) = \dot{\alpha} \overrightarrow{Z_0}$
 Cette vitesse est constante ($\dot{\alpha} = 1 \text{ tr/s}$) donc $\ddot{\alpha} = 0$
 Position S1/S0 repérée par $(\overrightarrow{X_1}, \overrightarrow{X_0}) = (\overrightarrow{Y_1}, \overrightarrow{Y_0}) = \alpha$
- Ø S2, patte reliée à S1 par une liaison pivot parfaite en B et au châssis S0 par une liaison pivot-glissante en A : Ce solide est associé au repère $R_2(A; \overrightarrow{X_2}; \overrightarrow{Y_2}; \overrightarrow{Z_0})$
 Position S2/S0 repérée par $(\overrightarrow{X_2}, \overrightarrow{X_0}) = (\overrightarrow{Y_2}, \overrightarrow{Y_0}) = \theta$

Liaison entre α et θ

Cherchons comment exprimer θ en fonction de α

On a $t = r \cos \alpha$

$$\text{et } \sin \theta = \left(\frac{r \cos \alpha}{a} \right) \quad (1)$$

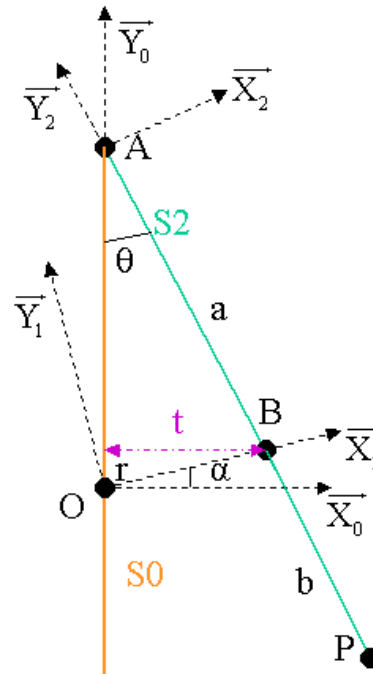
$$\text{donc } \theta = \sin^{-1} \left(\frac{r \cos \alpha}{a} \right)$$

$$\text{et } \cos \theta = \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]^2} \quad (2)$$

(≈ 1)

calculons $\overrightarrow{OP}$ dans R_0

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \\ &= r\overrightarrow{X_1} - b\overrightarrow{Y_2} \\ &= [r \cos \alpha + b \sin \theta]\overrightarrow{X_0} + [r \sin \alpha - b \cos \theta]\overrightarrow{Y_0} \end{aligned}$$



Grace aux termes (1) et (2) on obtient $\overrightarrow{OP}$ en fonction de α dans R_0

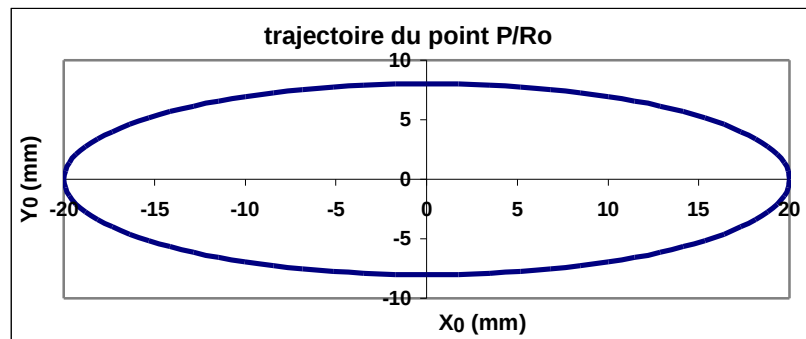
$$\overrightarrow{OP} = \left[r \cos \alpha + b \left(\frac{r \cos \alpha}{a} \right) \right] \overrightarrow{X_0} + \left[r \sin \alpha - b \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]^2} \right] \overrightarrow{Y_0}$$

Grace à cette formule on peut connaître en fonction de α la position dans l'espace de l'extrémité de la patte et donc tracer la trajectoire de ce point.

Ce calcul à été fait avec les caractéristiques de mon robot c'est à dire :

$$\begin{aligned} a &= 60 \text{ mm} \\ b &= 90 \text{ mm} \\ r &= 8 \text{ mm} \end{aligned}$$

On en tire les caractéristiques de la foulée :



Ø Hauteur de pas = $2r = 16 \text{ mm}$

Ø Longueur de la foulée (distance parcourue en un tour moteur) = $4 \left(r + b \left(\frac{r}{a} \right) \right) = 80 \text{ mm}$

Ces deux paramètres permettent de définir les dimensions des pattes en fonction des capacités de franchissement désirées. Cependant pour une démarche fluide la hauteur de pas ne doit pas être trop importante car elle entraîne des oscillations verticales d'amplitude r (le demi pas supérieur est effectué en l'air). La longueur de foulée ne doit pas non plus être excessive pour que la patte reste relativement verticale et ne touche pas le sol avec un angle trop important.

Etude cinématique au point P

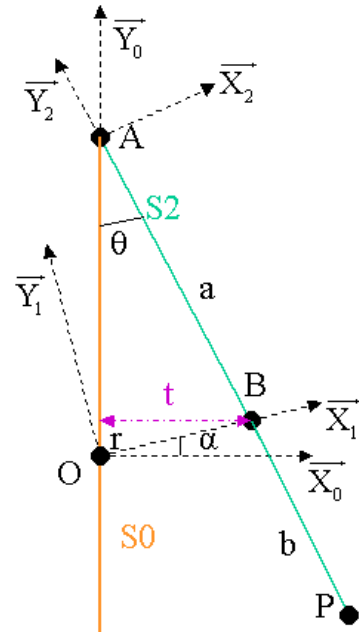
Calculons $\vec{V}_{P \in S_2 / R_0}$

(vitesse du point P appartenant à S2 par rapport à R_0)

$$\vec{V}_{P \in S_2 / R_0} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OP} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP}] \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= r \overrightarrow{X_1} \\ \overrightarrow{BP} &= -b \overrightarrow{Y_2} \end{aligned}$$

$$= r \dot{\alpha} \overrightarrow{Y_1} + b \dot{\theta} \overrightarrow{X_2} \quad (3)$$

$$\text{or } \theta = \sin^{-1} \left(\frac{r \cos \alpha}{a} \right) \quad \text{donc} \quad \dot{\theta} = \frac{- \left[\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]^2}}$$



de plus :

$$\rightarrow \overrightarrow{Y_1} = -\sin \alpha \overrightarrow{X_0} + \cos \alpha \overrightarrow{Y_0}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \overrightarrow{X_2} &= \cos \theta \overrightarrow{X_0} + \sin \theta \overrightarrow{Y_0} \\ &= \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]^2} \overrightarrow{X_0} + \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right] \overrightarrow{Y_0} \end{aligned}$$

Projetons l'expression (3) selon $\overrightarrow{X_0}$ et $\overrightarrow{Y_0}$:

$$\vec{V}_{P \in S_2 / R_0} / \overrightarrow{X_0} = -r \dot{\alpha} \sin \alpha + b \dot{\theta} \cos \theta$$

$$\vec{V}_{P \in S_2 / R_0} / \overrightarrow{Y_0} = r \dot{\alpha} \cos \alpha + b \dot{\theta} \sin \theta$$

Exprimé en fonction de α seulement grace aux termes (1) et (2) on aboutit à

$$\boxed{\vec{V}_{P \in S_2 / R_0} / \overrightarrow{X_0} = -r \dot{\alpha} \sin \alpha - b \left[\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a} \right]}$$

$$\boxed{\vec{V}_{P \in S_2 / R_0} / \overrightarrow{Y_0} = r \dot{\alpha} \cos \alpha - b \frac{\left[\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]^2}} \cdot \left[\frac{r \cos \alpha}{a} \right]}$$

Calculons maintenant $\vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0}$
(accélération du point P par rapport à R_0)

$$\begin{aligned}\vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0} &= \frac{d}{dt} \vec{V}_{P \in S_2/R_0} \\ &= \frac{d}{dt} \left[r \dot{\alpha} \vec{Y}_1 + b \dot{\theta} \vec{X}_2 \right] \\ &= r \ddot{\alpha} \vec{Y}_1 - r \dot{\alpha}^2 \vec{X}_1 + b \ddot{\theta} \vec{X}_2 + b \dot{\theta}^2 \vec{Y}_2 \\ (\ddot{\alpha}=0)\end{aligned}$$

$$\text{or } \dot{\theta} = \frac{-\left[\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a}\right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a}\right]^2}} \quad \text{d'ou } \boxed{\ddot{\theta} = \frac{U'V - UV'}{V^2}}$$

avec $U' \ U \ V' \ V$ tels que :

$$\begin{aligned}U &= -\left(\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a}\right) & U' &= -\left(\frac{r \dot{\alpha}^2 \cos \alpha}{a}\right) + \left(\frac{r \ddot{\alpha} \sin \alpha}{a}\right) \\ V &= \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a}\right]^2} & V' &= \frac{\left(\frac{r \cos \alpha}{a}\right) \left(\frac{r \dot{\alpha} \sin \alpha}{a}\right)}{\sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a}\right]^2}} \\ (\approx 1) & & (\approx 0)\end{aligned}$$

de plus :

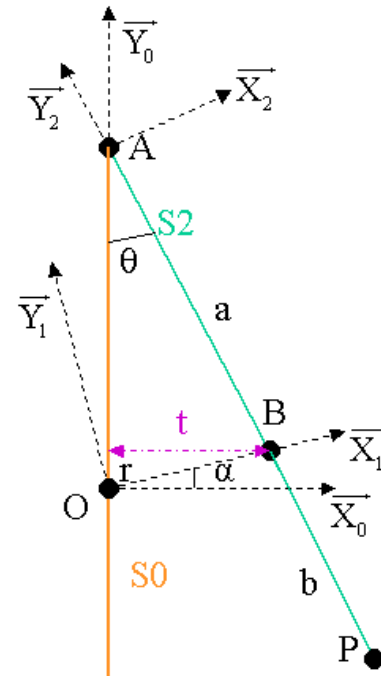
$$\begin{aligned}\rightarrow \vec{X}_1 &= \cos \alpha \vec{X}_0 + \sin \alpha \vec{Y}_0 \\ \rightarrow \vec{X}_2 &= \cos \theta \vec{X}_0 + \sin \theta \vec{Y}_0 \\ \rightarrow \vec{Y}_2 &= -\sin \theta \vec{X}_0 + \cos \theta \vec{Y}_0\end{aligned}$$

Projetons $\vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0}$ dans R_0

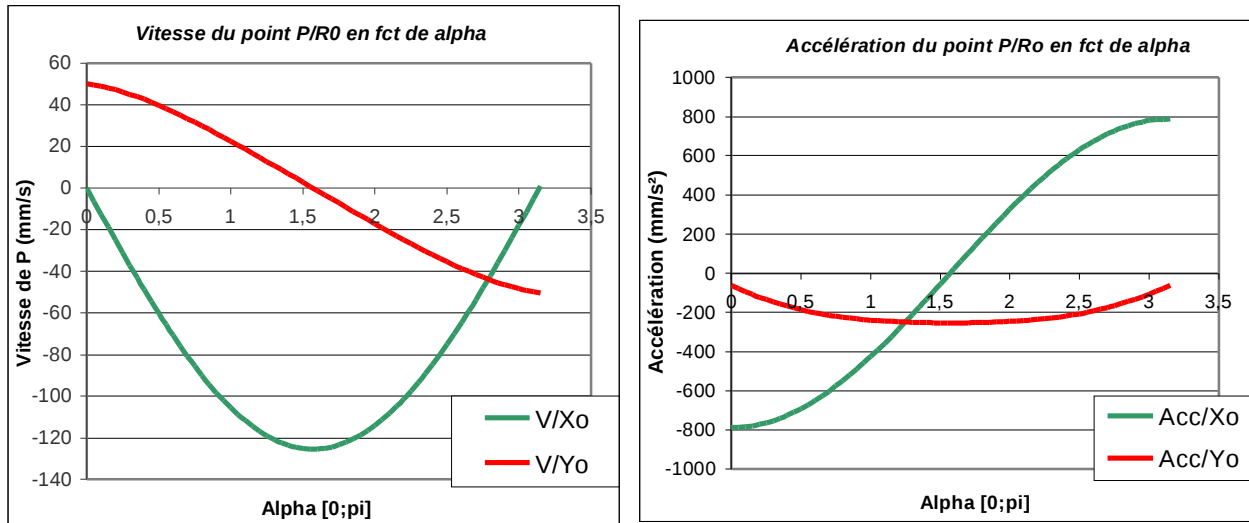
$$\begin{aligned}\vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0} / \vec{X}_0 &= -r \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + b \ddot{\theta} \cos \theta - b \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ \vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0} / \vec{Y}_0 &= -r \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + b \ddot{\theta} \sin \theta + b \dot{\theta}^2 \cos \theta\end{aligned}$$

Exprimé en fonction de α seulement grace aux termes (1) et (2) on aboutit à

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0} / \vec{X}_0 &= -r \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + b \ddot{\theta} \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a}\right]^2} - b \dot{\theta}^2 \left(\frac{r \cos \alpha}{a}\right) \\ \vec{\Gamma}_{P \in S_2/R_0} / \vec{Y}_0 &= -r \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + b \ddot{\theta} \left(\frac{r \cos \alpha}{a}\right) + b \dot{\theta}^2 \sqrt{1 - \left[\frac{r \cos \alpha}{a}\right]^2}\end{aligned}}$$

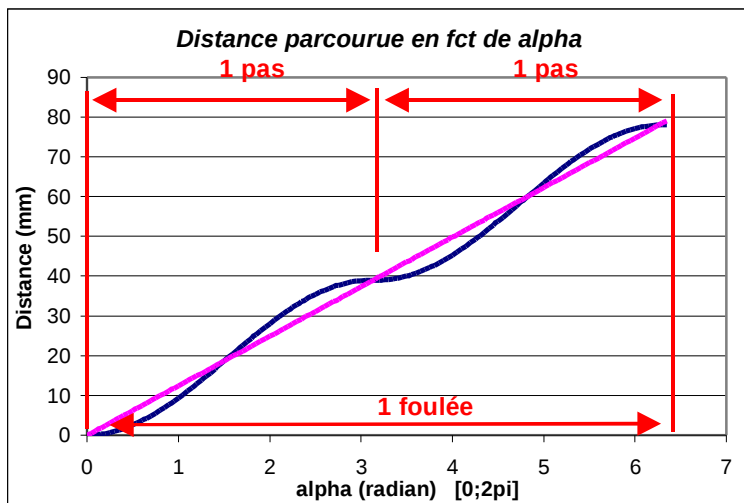


Les graphes suivants représentent les vitesses et accélérations selon $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ du point P par rapport à R0 (référentiel lié au batis du robot) pour une vitesse de rotation de S1 de 1tr/s. Pour un observateur lié au sol ils sont identiques aux graphes représentant les vitesses et accélérations selon $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ par rapport au sol d'un point quelconque du châssis du robot.



On constate que les vitesses selon $\vec{Y}$ et surtout selon $\vec{X}$ sont très variables au cours d'un pas ce qui confirme l'impression visuelle de déplacement par à-coup. Les oscillations verticales d'amplitude r évoquées au début de l'étude sont également mises en évidence sur ce tracé et doivent être minimisées pour que la fluidité du mouvement soit maximale.

Les accélérations sont en liaison avec les vitesses, l'accélération maximum est de 787mm/s² soit 0.08g : on en fera pas un dragster !!



Le graphe ci-contre représente la distance parcourue par le robot au cours d'une foulée. Le tracé bleu représente la vitesse réelle du robot, on y retrouve les irrégularités de vitesse visibles sur les graphes ci-dessus. Le tracé violet représente la distance parcourue en utilisant une vitesse moyenne de 80mm/s (valeur calculée page 2). On constate que les équations de vitesses et accélérations sont correctes puisque la distance parcourue en une foulée est identique.

Cette étude sera utile pour dimensionner le mécanisme en fonction des capacités de franchissement désirées. De plus il est ainsi possible de connaître à l'avance quelle sera la vitesse exacte du robot et les détails de ses mouvements.